Université d'Avignon - UFR Sciences | Année 2016-2016
Licence de mathématiques - S5 | Analyse numérique

TP n°1
Introduction à Scilab
Pivot de Gauss
Factorisation de matrices

Scilab est un logiciel de calcul scientifique. Le langage est interprété et comporte des commande pré-compilée. Cela veut dire que selon votre degré d'aisance avec le langage, la vitesse d'execution de vos programmes peuvent varier de 1 à 1000. Ce n'est pas très important pour de petits scripts mais cela le devient plus rapidement qu'on ne le pense (après tout une matrice 10^4 par 10^4 c'est assez courant).

Regarder l'aide otenue en appuyant sur F1 doit être votre premier réflexe

1 Erreurs numériques, type int et float

Scilab est capable de manipuler exactement des entiers de l'ordre de 10^{15}, au delà il fait des arrondis qui peuvent générer des erreurs.

Question 1.
— Taper $2^{20} + 1 - 2^{20}$
— Taper $2^{70} + 1 - 2^{70}$ puis $2^{70} - 2^{70} + 1$

L'addition machine est-elle commutative ? associative ? Pouvez vous trouver

$$\min\{n \in I\!N \mid 2^n + 1 - 2^n \neq 2^n - 2^n + 1\}$$

De manière implicite dans l'exercice 1, les nombres sont des entiers c'est à dire de type *int*. Scilab gère également un type *float* qui s'apparente aux nombres réels. Ils sont encodés en "notation scientifique binaire", c'est à dire

$$0.005 \simeq 20 \times 2^{-12}$$

Cela génère d'autre erreurs.
Question 2. Taper $1.1 - (1 + 0.1)$ et $(1.1 - 1) - 0.1$.
On évitera donc les tests d'égalité sur les flottants.

Question 3. Taper $10^{100} - 10^{100}$ puis $10^{400} - 10^{400}$.
NaN veut dire Not a Number, c'est à dire que le nombre est trop grand pour être manipulé. On parle d'overflow.

2 Opérations élémentaires sur les matrices

Commandes à utiliser : *trace, rank, det, \, inv, zeros, eye, spec, bdiag.*

On considère les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad c = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Question 4.

1. Calculer Ac, Bc, $A+B$, AB, B^5, cc^T, c^Tc.
2. Calculer $\mathrm{tr}A$, $\mathrm{rg}A$ et $\det A$.
3. Résoudre le système $Ax = C$. Calculer A^{-1}.
4. Soit la matrice

$$M = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & I_3 \end{pmatrix}.$$

   Calculer $\det M$ et M^{-1}.
5. Calculer les valeurs propres de A. Déterminer une base de chaque sous-espace propre.

3 Méthode de Gauss

3.1 Attention au choix du pivot

On considère les deux systèmes $A_1 x = b1$ et $A_2 x = b_2$ associés aux matrices suivantes, pour $k \in \{10, 12, 14, 16\}$.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 10^k & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 10^{-k} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Question 6. Résoudre les systèmes avec scilab.
Question 7. Appliquer à la main la méthode de Gauss et faire uniquement le calcul final par scilab. Conclure.

3.2 Programmation du pivot de Gauss

Question 8. Chercher dans l'aide l'utilisation des boucles *for* et de *random*.

Question 9. Écrire un script qui génère deux matrices $A \in \mathcal{M}_n(I\!R)$ et $B \in \mathcal{M}_{n,1}(I\!R)$ pour un certain $n \in I\!N^*$ puis qui applique la méthode du pivot de Gauss pour résoudre le système $Ax = B$.

4 Factorisation LU

Question 10.Écrire une fonction qui verifie si une matrice admet une décomposition LU sans permutation.
Question 11. Écrire une fonction qui cherche si une matrice admet une décomposition LU avec permutation.
Question 12. Écrire une fonction qui renvoie la décomposition LU sans permutation d'une matrice donnée en entrée. Puis une fonction qui renvoie la décomposition LU avec permutation.