

TD N° 6

**Exercice 1.** On lance une fois un dé bien équilibré. On suppose que l'on reçoit 15 euros lorsque la face obtenue est 1, rien pour les faces deux à quatre et 6 euros pour les faces cinq et six. On note  $G_1$  la variable aléatoire donnant le gain du joueur.

1. Quelle est la loi de  $G_1$  ?
2. Calculer l'espérance de  $G_1$  et sa variance.

**Exercice 2.** Une urne contient 2 boules blanches et 8 boules noires. Toutes les boules sont indiscernables au toucher. Un joueur tire successivement 5 boules avec remise. À chaque tirage,

- si le joueur tire une boule blanche, il gagne 2 points ;
- si il tire une boule noire, il perd 3 points.

1. Notons  $X$  le nombre de boules blanches tirées par le joueur.
  - (a) Quelle est la loi de  $X$  ?
  - (b) Calculer l'espérance et la variance de  $X$ .
2. Notons  $Y$  le nombre de points obtenus par le joueur (nombre de points total au bout des 5 tirages).
  - (a) Exprimer  $Y$  en fonction de  $X$ .
  - (b) Sans calculer la loi de  $Y$ , calculer l'espérance de  $Y$  ainsi que sa variance.
  - (c) Quelle est la loi de  $Y$  ?

**Exercice 3.** Un magasin spécialisé reçoit en moyenne 4 clients par jour, le nombre de clients étant distribué selon une loi de Poisson. Calculer la probabilité que le magasin soit visité le mercredi par au moins 6 personnes.

**Exercice 4.** Nous supposons que la durée de vie  $X$ , exprimée en heures, suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ . Le fabricant garantit que le disque dur a une probabilité inférieure à 0.01 de tomber en panne au bout d'un an. Quelle durée de vie moyenne minimale doit avoir le disque dur ?

**Exercice 5.** Considérons une variable aléatoire  $X$  de densité  $f$  donnée par

$$f(x) = \begin{cases} Kx(1-x) & \text{si } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{si } x \notin [0, 1] \end{cases}$$

1. Trouver la valeur de  $K$ .
2. Si elles existent, calculer l'espérance et la variance de  $X$ .