

TD n° 5

Exercice 1. On suppose que la durée d'attente (en minutes) de la première alerte après 22 heures dans un service de secours suit à peu près une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.1$.

1. Quelle est la probabilité pour qu'il n'y ait aucune alerte avant 22h30 ?
2. Quelle est la probabilité qu'il n'y ait aucune alerte avant 23h ?
3. Quelle est la probabilité pour qu'il n'y ait aucune alerte avant 23h sachant qu'il n'y a aucune alerte avant 22h30 ?

Exercice 2.

1. Soit X une variable aléatoire de loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$.
 - (a) Déterminer $P(X \leq 0.41)$, $P(X < -0.2)$, $P(X \geq -1.54)$, $P(-0.63 \leq X \leq 1.2)$.
 - (b) Déterminer u tel que $P(X \leq u) = 0.75$.
2. Soit Y une variable aléatoire de loi normale $\mathcal{N}(2, 9)$.
 - (a) Quelle est la loi de la variable aléatoire $\frac{Y-2}{3}$?
 - (b) Calculer $P(0 \leq Y \leq 3)$.
 - (c) Déterminer u tel que $P(Y > u) = 0.05$.

Exercice 3. Une usine utilise une machine automatique pour remplir des flacons contenant un certain produit en poudre. Par suite de variations aléatoires dans le mécanisme, le poids de poudre par flacon est une variable aléatoire de loi normale de moyenne m et d'écart-type 1,1 mg. Les flacons sont vendus comme contenant 100 mg de produit.

1. La machine est réglée sur $m = 101,1$ mg. Quelle est la probabilité que le poids de produit dans un flacon soit inférieur au poids annoncé de 100 mg ?
2. Sur quelle valeur de m faut-il régler la machine pour qu'au plus 4% des flacons aient un poids inférieur au poids annoncé de 100 mg ?

Exercice 4. Gauthier vient tous les matins prendre un café chez son amie d'enfance Karine. Il passe sans privilégier aucun moment entre 7h et 7h45.

1. Quelle est la loi de l'instant d'arrivée X de Gauthier ?
2. Quelle est l'heure moyenne d'arrivée de Gauthier ?
3. Quelle est la probabilité que Gauthier sonne chez Karine avant 7h20 ? après 7h20 ? entre 7h20 et 7h30 ?
4. Sachant que Gauthier n'est toujours pas arrivé à 7h20, avec quelle probabilité Karine l'attend-t-elle encore 10 minutes ?

Exercice 5. On joue à pile ou face avec une pièce équilibrée. À chaque lancer, si la pièce tombe sur « Pile », le joueur gagne 1 euro, sinon il perd un euro. Le joueur adopte la stratégie suivante :

- si « Pile » sort au premier lancer, il arrête de jouer ;
- si « Face » sort au premier lancer, il lance encore deux fois la pièce puis arrête de jouer.

Nous notons X le gain algébrique du joueur (i.e. la différence entre ses gains et ses pertes).

1. Quelle est la loi de X ?
2. Quelle est sa fonction de répartition ?
3. Calculer l'espérance de X .
4. Que pensez-vous que la stratégie du joueur ?